СТАНДАРТ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Изучение математики на ступени основного общего образования направлено на достижение следующих целей:

- **овладение** системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования;
- **интеллектуальное развитие,** формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, пространственных представлений, способность к преодолению трудностей;
- **формирование представлений** об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;
- **воспитание** культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для научно-технического прогресса.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЙ МИНИМУМ СОДЕРЖАНИЯ ОСНОВНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ

АРИФМЕТИКА

Натуральные числа. Десятичная система счисления. Римская нумерация. Арифметические действия над натуральными числами. Степень с натуральным показателем.

Делимость натуральных чисел. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Деление с остатком.

Дроби. Обыкновенная дробь. Основное свойство дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Нахождение части от целого и целого по его части.

Десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной.

Рациональные числа. Целые числа: положительные, отрицательные и нуль. Модуль (абсолютная величина) числа. Сравнение рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Степень с целым показателем.

Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок. Законы арифметических действий: переместительный, сочетательный, распределительный.

Действительные числа. Квадратный корень из числа. Корень третьей степени. *Понятие о корне n-ой степени из числа*[1]**.** Нахождение приближенного значения корня с помощью калькулятора. Запись корней с помощью степени с дробным показателем.

Понятие об иррациональном числе. Иррациональность числа. Десятичные приближения иррациональных чисел.

Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Сравнение действительных чисел, *арифметические действия над ними.*

Этапы развития представления о числе.

Текстовые задачи. Решение текстовых задач арифметическим способом.

Измерения, приближения, оценки. Единицы измерения длины, площади, объема, массы, времени, скорости. Размеры объектов окружающего мира (от элементарных частиц до Вселенной), длительность процессов в окружающем мире.

Представление зависимости между величинами в виде формул.

Проценты. Нахождение процента от величины, величины по ее проценту.

Отношение, выражение отношения в процентах. Пропорция. Пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости.

Округление чисел. Прикидка и оценка результатов вычислений. Выделение множителя – степени десяти в записи числа.

---

[1] Курсивом в тексте выделен материал, который подлежит изучению, но не включается в Требования к уровню подготовки выпускников.

АЛГЕБРА

Алгебраические выражения. Буквенные выражения (выражения с переменными). Числовое значение буквенного выражения. Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения. Подстановка выражений вместо переменных. Равенство буквенных выражений. Тождество, доказательство тождеств. Преобразования выражений.

Свойства степеней с целым показателем. Многочлены. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и квадрат разности, *куб суммы и куб разности.* Формула разности квадратов, *формула суммы кубов и разности кубов.* Разложение многочлена на множители. Квадратный трехчлен. *Выделение полного квадрата в квадратном трехчлене.* Теорема Виета. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Многочлены с одной переменной. Степень многочлена. Корень многочлена.

Алгебраическая дробь. Сокращение дробей. Действия с алгебраическими дробями.

Рациональные выражения и их преобразования. Свойства квадратных корней и их применение в вычислениях.

Уравнения и неравенства. Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Линейное уравнение. Квадратное уравнение: формула корней квадратного уравнения. Решение рациональных уравнений. Примеры решения уравнений высших степеней; методы замены переменной, разложения на множители.

Уравнение с двумя переменными; решение уравнения с двумя переменными. Система уравнений; решение системы. Система двух линейных уравнений с двумя переменными; решение подстановкой и алгебраическим сложением. Уравнение с несколькими переменными. Примеры решения нелинейных систем. *Примеры решения уравнений в целых числах.*

Неравенство с одной переменной. Решение неравенства. Линейные неравенства с одной переменной и их системы. Квадратные неравенства. *Примеры решения дробно-линейных неравенств.*

Числовые неравенства и их свойства. *Доказательство числовых и алгебраических неравенств.*

Переход от словесной формулировки соотношений между величинами к алгебраической.

Решение текстовых задач алгебраическим способом.

Числовые последовательности. Понятие последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых нескольких членов арифметической и геометрической прогрессий.

Сложные проценты.

Числовые функции. Понятие функции. Область определения функции. Способы задания функции. График функции, возрастание и убывание функции, наибольшее и наименьшее значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства. Чтение графиков функций.

Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональную зависимости, их графики. Линейная функция, ее график, геометрический смысл коэффициентов. Гипербола. Квадратичная функция, ее график, парабола. Координаты вершины параболы, ось симметрии. *Степенные функции с натуральным показателем, их графики.* Графики функций: корень квадратный, корень кубический, модуль. Использование графиков функций для решения уравнений и систем.

Примеры графических зависимостей, отражающих реальные процессы: колебание, показательный рост. *Числовые функции, описывающие эти процессы.*

Параллельный перенос графиков вдоль осей координат и симметрия относительно осей.

Координаты. Изображение чисел очками координатной прямой. Геометрический смысл модуля числа. Числовые промежутки: интервал, отрезок, луч. *Формула расстояния между точками координатной прямой.*

Декартовы координаты на плоскости; координаты точки. Координаты середины отрезка. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых. Уравнение окружности с центром в начале координат *и в любой заданной точке.*

Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными и их систем, неравенств с двумя переменными и их систем.

ГЕОМЕТРИЯ

Начальные понятия и теоремы геометрии

Возникновение геометрии из практики.

Геометрические фигуры и тела. Равенство в геометрии.

Точка, прямая и плоскость.

Понятие о геометрическом месте точек.

Расстояние. Отрезок, луч. Ломаная.

Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла и ее свойства.

Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярность прямых. Теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Перпендикуляр и наклонная к прямой.

Многоугольники.

Окружность и круг.

Наглядные представления о пространственных телах: кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде, шаре, сфере, конусе, цилиндре. Примеры сечений. Примеры разверток.

Треугольник. Прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники; свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Признаки равенства треугольников. Неравенство треугольника. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Зависимость между величинам сторон и углов треугольника.

Теорема Фалеса. Подобие треугольников; коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников.

Теорема Пифагора. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0° до 180°; приведение к острому углу. Решение прямоугольных треугольников. Основное тригонометрическое тождество. Формулы, связывающие синус, косинус, тангенс, котангенс одного и того же угла. Теорема косинусов и теорема синусов; примеры их применения для вычисления элементов треугольника.

Замечательные точки треугольника: точки пересечения серединных перпендикуляров, биссектрис, медиан. *Окружность Эйлера.*

Четырехугольник. Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки. Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция.

Многоугольники. Выпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

Окружность и круг. Центр, радиус, диаметр. Дуга, хорда. Сектор, сегмент. Центральный, вписанный угол; величина вписанного угла. Взаимное расположение прямой и окружности, *двух окружностей.* Касательная и секущая к окружности; равенство касательных, проведенных из одной точки. *Метрические соотношения в окружности: свойства секущих, касательных, хорд.*

Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. *Вписанные и описанные четырехугольники.* Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Длина ломаной, периметр многоугольника.

Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Длина окружности, число π; длина дуги. Величина угла. Градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.

Понятие о площади плоских фигур. Равносоставленные и равновеликие фигуры.

Площадь прямоугольника. Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции (основные формулы). Формулы, выражающие площадь треугольника: через две стороны и угол между ними, *через периметр и радиус вписанной окружности, формула Герона. Площадь четырехугольника.*

Площадь круга и площадь сектора.

Связь между площадями подобных фигур.

Объем тела. Формулы объема прямоугольного параллелепипеда, куба, шара, цилиндра и конуса.

Векторы

Вектор. Длина (модуль) вектора. Координаты вектора. Равенство векторов. Операции над векторами: умножение на число, сложение, разложение, скалярное произведение. Угол между векторами.

Геометрические преобразования

Примеры движений фигур. Симметрия фигур. Осевая симметрия и параллельный перенос. Поворот и центральная симметрия. Понятие о гомотетии. Подобие фигур.

Построения с помощью циркуля и линейки

Основные задачи на построение: деление отрезка пополам, построение треугольника по трем сторонам, построение перпендикуляра к прямой, построение биссектрисы, деление отрезка на n равных частей.

Правильные многогранники.

ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ, КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Доказательство. Определения, доказательства, аксиомы и теоремы; следствия. *Необходимые и достаточные условия.* Контрпример. Доказательство от противного. Прямая и обратная теоремы.

Понятие об аксиоматике и аксиоматическом построении геометрии. Пятый постулат Эвклида и его история.

Множества и комбинаторика. *Множество. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств. Диаграммы Эйлера.*

Примеры решения комбинаторных задач: перебор вариантов, правило умножения.

Статистические данные. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Средние результатов измерений. Понятие о статистическом выводе на основе выборки.

Понятие и примеры случайных событий.

Вероятность. Частота события, вероятность. Равновозможные события и подсчет их вероятности. Представление о геометрической вероятности.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ

В результате изучения математики ученик должен

знать/понимать[1]

- существо понятия математического доказательства; примеры доказательств;
- существо понятия алгоритма; примеры алгоритмов;
- как используются математические формулы, уравнения и неравенства; примеры их применения для решения математических и практических задач;
- как математически определенные функции могут описывать реальные зависимости; приводить примеры такого описания;
- как потребности практики привели математическую науку к необходимости расширения понятия числа;
- вероятностный характер многих закономерностей окружающего мира; примеры статистических закономерностей и выводов;
- каким образом геометрия возникла из практических задач землемерия; примеры геометрических объектов и утверждений о них, важных для практики;
- смысл идеализации, позволяющей решать задачи реальной действительности математическими методами, примеры ошибок, возникающих при идеализации;

АРИФМЕТИКА

уметь

- выполнять устно арифметические действия: сложение и вычитание двузначных чисел и десятичных дробей с двумя знаками, умножение однозначных чисел, арифметические операции

---

[1] Помимо указанных в данном разделе знаний, в требования к уровню подготовки включаются также знания, необходимые для освоения перечисленных ниже умений.

с обыкновенными дробями с однозначным знаменателем и числителем;

- переходить от одной формы записи чисел к другой, представлять десятичную дробь в виде обыкновенной и в простейших случаях обыкновенную в виде десятичной, проценты — в виде дроби и дробь — в виде процентов; записывать большие и малые числа с использованием целых степеней десятки;
- выполнять арифметические действия с рациональными числами, сравнивать рациональные и действительные числа; находить в несложных случаях значения степеней с целыми показателями и корней; находить значения числовых выражений;
- округлять целые числа и десятичные дроби, находить приближения чисел с недостатком и с избытком, выполнять оценку числовых выражений;
- пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объема; выражать более крупные единицы через более мелкие и наоборот;
- решать текстовые задачи, включая задачи, связанные с отношением и с пропорциональностью величин, дробями и процентами;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения несложных практических расчетных задач, в том числе с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера;
- устной прикидки и оценки результата вычислений; проверки результата вычисления с использованием различных приемов;
- интерпретации результатов решения задач с учетом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых процессов и явлений;

АЛГЕБРА

уметь

- составлять буквенные выражения и формулы по условиям задач; осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие вычисления, осуществлять подстановку одного выражения в другое; выражать из формул одну переменную через остальные;
- выполнять основные действия со степенями с целыми показателями, с многочленами и с алгебраическими дробями; выполнять разложение многочленов на множители; выполнять тождественные преобразования рациональных выражений;
- применять свойства арифметических квадратных корней для вычисления значений и преобразований числовых выражений, содержащих квадратные корни;
- решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух линейных уравнений и несложные нелинейные системы;
- решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и их системы;
- решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений, исходя из формулировки задачи;
- изображать числа точками на координатной прямой;
- определять координаты точки плоскости, строить точки с заданными координатами; изображать множество решений линейного неравенства;
- распознавать арифметические и геометрические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов;
- находить значения функции, заданной формулой, таблицей, графиком по ее аргументу; находить значение аргумента по значению функции, заданной графиком или таблицей;
- определять свойства функции по ее графику; применять графические представления при решении уравнений, систем, неравенств;

- описывать свойства изученных функций, строить их графики;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- выполнения расчетов по формулам, составления формул, выражающих зависимости между реальными величинами; нахождения нужной формулы в справочных материалах;
- моделирования практических ситуаций и исследовании построенных моделей с использованием аппарата алгебры;
- описания зависимостей между физическими величинами соответствующими формулами при исследовании несложных практических ситуаций;
- интерпретации графиков реальных зависимостей между величинами;

ГЕОМЕТРИЯ

уметь

- пользоваться языком геометрии для описания предметов окружающего мира;
- распознавать геометрические фигуры, различать их взаимное расположение;
- изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задач; осуществлять преобразования фигур;
- распознавать на чертежах, моделях и в окружающей обстановке основные пространственные тела, изображать их;
- в простейших случаях строить сечения и развертки пространственных тел;
- проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами;
- вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов), в том числе: для углов от 0 до 180° определять значения тригонометрических функций по заданным значениям углов; находить значения тригонометрических функций по значению одной из них, находить стороны, углы и площади треугольников, длины ломаных, дуг окружности,

площадей основных геометрических фигур и фигур, составленных из них;

- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства фигур и отношений между ними, применяя дополнительные построения, алгебраический и тригонометрический аппарат, идеи симметрии;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования;
- решать простейшие планиметрические задачи в пространстве;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания реальных ситуаций на языке геометрии;
- расчетов, включающих простейшие тригонометрические формулы;
- решения геометрических задач с использованием тригонометрии
- решения практических задач, связанных с нахождением геометрических величин (используя при необходимости справочники и технические средства);
- построений геометрическими инструментами (линейка, угольник, циркуль, транспортир).

ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ, КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь

- проводить несложные доказательства, получать простейшие следствия из известных или ранее полученных утверждений, оценивать логическую правильность рассуждений, использовать примеры для иллюстрации и контрпримеры для опровержения утверждений;
- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках; составлять таблицы, строить диаграммы и графики;

- решать комбинаторные задачи путем систематического перебора возможных вариантов, а также с использованием правила умножения;
- вычислять средние значения результатов измерений;
- находить частоту события, используя собственные наблюдения и готовые статистические данные;
- находить вероятности случайных событий в простейших случаях;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- выстраивания аргументации при доказательстве (в форме монолога и диалога);
- распознавания логически некорректных рассуждений;
- записи математических утверждений, доказательств;
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, таблиц;
- решения практических задач в повседневной и профессиональной деятельности с использованием действий с числами, процентов, длин, площадей, объемов, времени, скорости;
- решения учебных и практических задач, требующих систематического перебора вариантов;
- сравнения шансов наступления случайных событий, оценки вероятности случайного события в практических ситуациях, сопоставления модели с реальной ситуацией;
- понимания статистических утверждений.